

Mécanique des fluides

1. La viscosité

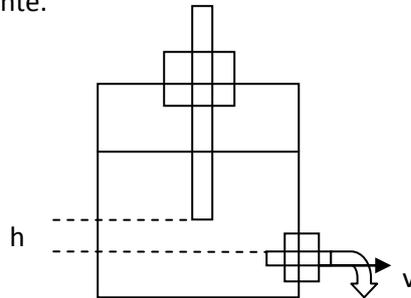
a. Le théorème de Bernoulli

En 1738, ce physicien suisse établit le théorème que nous écrivons aujourd'hui pour une canalisation parcourue par un fluide :

$$z + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} = Cte$$

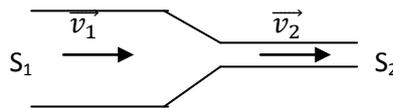
On notera que mgh représente le travail du poids d'une masse m , $\frac{1}{2}mv^2$ l'énergie cinétique et pgh la pression.

- Si la canalisation est horizontale avec une section constante : $z = Cte$ et $p = Cte$ d'où $v = Cte$. C'est la forme la plus simple du théorème et en même temps elle montre ses limites puisque dans la réalité, le fluide arrêtera de s'écouler du fait de forces de frottements.
- Le vase de Mariotte permet de facilement obtenir une vitesse d'écoulement constante.



$$z + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} = z' + \frac{v'^2}{2g} + \frac{p'}{\rho g} \text{ d'où } h = \frac{v^2}{2g} \text{ et } v = \sqrt{2gh}$$

- Au contraire, le Venturi permet de faire varier la vitesse d'un fluide.



$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} = \frac{v'^2}{2g} + \frac{p'}{\rho g} \text{ d'où}$$

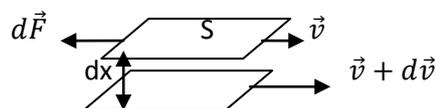
$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) \text{ avec un débit constant } S_1 v_1 = S_2 v_2$$

On notera que la mesure des vitesses des avions par la sonde de type Pitot utilise aussi le théorème de Bernoulli.

b. Définition de la viscosité

En général, un fluide s'écoule en régime lamellaire analogue à des tubes concentriques qui se déplacent à des vitesses différentes, de moins en moins rapidement suivant l'axe central jusqu'aux bords.

Chaque tube exerce des forces de frottements sur son voisin. On a ainsi $d\vec{F} = -\eta S \frac{d\vec{v}}{dx}$ ce qui correspond au schéma :



η est la viscosité dynamique dont les unités SI sont le Poiseuille Pl qui correspond à 1 Pl = 1 Pa.s.

Il arrive qu'on définisse la viscosité cinématique $\nu = \eta/\rho$ en $m^2.s^{-1}$ où ρ est la masse volumique du fluide.

Il existe aussi un régime turbulent pour un nombre de Reynolds $R = \frac{\rho V D}{\eta}$ supérieur à 3000 dans les unités SI. V est la vitesse d'écoulement du fluide et D est le diamètre du tube.

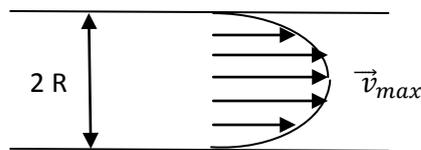
c. Influence de la température

Logiquement la viscosité diminue lorsque la température augmente. Elle suit la loi d'Andrade : $\eta = A e^{\frac{B}{T}}$ où T est K. A et B sont des constantes dans un intervalle de température donné.

2. Mesure des viscosités

a. La loi de Poiseuille

On admettra que dans une canalisation de rayon R la vitesse d'un tube de rayon r et de longueur L est donnée par la relation $v = \frac{\Delta p}{4 \eta L} (R^2 - r^2)$. La vitesse maximale est logiquement sur l'axe central du tube $v_{max} = \frac{\Delta p}{4 \eta L} R^2$.



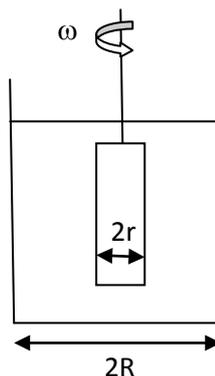
On remarque la relation entre la vitesse et la pression utilisée dans les sondes Petiot pour les avions.

On peut à partir de là établir la loi de Poiseuille, relation qui permet de calculer le débit dans la canalisation $q = \frac{dV}{dt} = \frac{\Delta p}{8 \eta L} \pi R^4$.

La loi de Poiseuille est utilisée dans les viscosimètres à écoulement. $\Delta p = \rho g L$ est par conséquent $q = \frac{dV}{dt} = \frac{V}{t} = \frac{\rho g L}{8 \eta L} \pi R^4 = \frac{\rho g}{8 \eta} \pi R^4$ soit $\eta = \frac{\rho g}{8 V} \pi R^4 t = K \rho t$ où K est une constante du tube utilisé, ρ la masse volumique du fluide et t la durée de l'écoulement.

b. Le viscosimètre rotatif

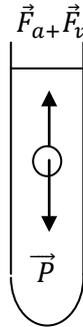
Un mobile cylindrique de rayon r et de hauteur h tourne à vitesse constante dans un fluide :



Les forces de frottement visqueux exercent un moment $M = F r = \eta 2\pi r h \frac{\omega R}{R-r}$ qui résistent à la rotation du mobile.

c. Le viscosimètre à chute bille

Une bille de rayon r , de masse volumique ρ est lâchée dans un fluide visqueux.



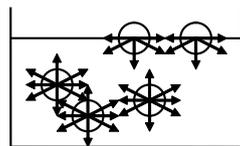
Rapidement, la bille se met à tomber à vitesse constante et on a équilibre entre la poussée d'Archimède et les forces de frottements d'une part et le poids d'autre part : $F_a + F_v = P$. On chronomètre un temps t pour une hauteur de chute h .

Les forces de frottements visqueux sont donnés par la formule de Stokes $F_v = 6 \pi \eta r v$, le poids est $P = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_b g$ et la poussée d'Archimède $F_a = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_l g$ d'où $\eta = \frac{2}{9} r^2 (\rho_b - \rho_l) g \frac{t}{h}$

3. La tension superficielle

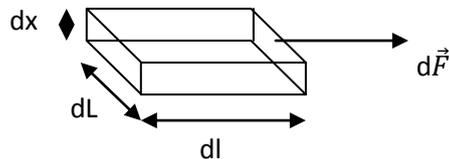
a. Définition

Il existe des forces de faible portée entre les molécules appelées forces de Van der Waals. La symétrie est totale dans le liquide mais pas dans la couche superficielle :



Ces forces ont pour effet de tendre la surface et que les molécules sont attirées par le liquide.

Considérons un petit volumique en surface :



Par définition, les forces de tension superficielles sont $d\vec{F} = A dL \vec{n}$ ou ce qui revient au même $dW = d\vec{F} dl \vec{n} = A dS$. A est le coefficient de tension superficielle en $N.m^{-1}$ ou en $J.m^{-2}$.

b. Mesure de la tension superficielle

La plus utilisée est la méthode de l'anneau avec des variantes.

On suspend un anneau à un ressort. L'allongement est le même lorsque l'anneau est hors de l'eau ou dans l'eau. Par contre, il faut lutter contre la force de tension superficielle pour le sortir de l'eau. Jusqu'à la rupture, l'anneau entraîne avec lui de l'eau et le ressort par conséquent s'allonge. La manipulation peut se réaliser avec un fil de torsion et par conséquent la mesure d'un angle.

A la limite de rupture, le couple de torsion du fil $C\alpha$ est égal au moment de la force de tension superficielle $2 \times 2\pi R A L$ où L est la longueur du bras de levier : $C\alpha = 4\pi R A L$. d'où $A = \frac{C\alpha}{4\pi R L} = K \alpha$. Le coefficient de tension superficielle est donc proportionnel à l'angle de rotation.

On notera une méthode par stalagmométrie où l'on compte les gouttes. Le poids d'une goutte étant proportionnel à la tension superficielle et au rayon du compte-goutte d'après la loi de Tate, on a : $\frac{A'}{A} = \frac{n'}{n}$. Elle est simple mais néanmoins difficile à mettre en œuvre ne serait-ce que parce que le liquide s'évapore.

c. Quelques conséquences de la tension superficielle

La loi de Laplace explique la formation des sphères de liquide. Il s'agit d'un équilibre entre les forces de tension superficielle et les forces de pression.



Les forces de tension superficielle sont telles que $F = 2 \pi R A$

Les forces de pression sont telles que $F = \Delta p S = (p - p_{atm}) \pi R^2$

D'où $(p - p_{atm}) \pi R^2 = 2 \pi R A$ et $p - p_{atm} = \frac{2A}{R}$. C'est la loi de Laplace.

La loi de Jurin donne la valeur de l'ascension capillaire. Plus le rayon R d'un tube est petit, plus liquide monte dans le tube : $h = \frac{2A}{\rho g R}$.

Les savons $R - CH_3COO$ sont des agents tensioactifs qui permettent de diminuer la tension superficielle. En conséquence, la partie hydrophile CH_3COO^- rentre dans l'eau, la partie hydrophobe R^+ rentre elle dans la saleté huileuse. Un fort jet d'eau entraîne les saletés qui se repoussent entre elles du fait de l'effet émulsifiant.